

Nekaj nalog

1. Zapišite $x^8 + x^4 + 1$ kot produkt treh nekonstantnih polinomov.
2. Zapišite $x^5 + x + 1$ kot produkt dveh nekonstantnih polinomov.
3. Ugotovite, ali je 16016003 praštevilo.
4. Določite največji prafaktor števila $89 \cdot 105 + 64$.
5. Za poljubno realno število a naj bo $M(a)$ največja vrednost funkcije $f(x) = (a + 1) \sin 2x + (a - 3) \cos 2x$. Določite najmanjše število $M(a)$.
6. Podano je 10 števil: $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{10}$. Katero izmed števil

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_6}{6}$$

in

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}}{10}$$

je večje?

7. Določite vrednost razmerja $x_1 : x_2$, če sta x_1 in x_2 rešitvi enačbe $ax^2 + bx + c = 0$, kjer je $b \neq 0$ in velja $3b^2 = 16ac$.
8. Katero izmed pozitivnih števil a in b je večje, če velja $a(1 - b) > \frac{1}{4}$?
9. Naj bo znano, da so vse rešitve enačbe $x^4 - 8x^3 + ax^2 + bx + 16 = 0$ pozitivne. Določite a in b .
10. Dokažite: če velja $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a + b + c}$, tedaj velja $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{1}{a^3 + b^3 + c^3}$.
11. Določite vse urejene pare (x, y) celih števil, za katere velja

$$\sqrt{x - \frac{1}{5}} + \sqrt{y - \frac{1}{5}} = \sqrt{5}.$$

12. Določite množico realnih rešitev enačbe $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} + \sqrt{4x^2 + 12x + 9} = 6$.
13. Zapišite racionalno število $\frac{17}{2016}$ v obliki vsote dveh pozitivnih ulomkov z imenovalcema manjšima od 2016.
14. Najdite različni naravni števili m in n , za kateri velja $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{13}$.
15. Najdite najmanjšo vrednost realnega števila a , za katero enačba

$$|x - 1| + |x - 2| + |x - 4| + |x - 7| = a$$

ima vsaj eno rešitev x .

16. Rešite sistem enačb $x + y^2 = 2$, $x^2 + y = 2$.
17. Koliko celih rešitev ima neenačba $\sqrt{12 - \sqrt{1 - x}} > \sqrt{6 - x}$.